



## Tableaux dynamiques: *vecteurs*

Pour pallier les défauts inhérents à la rigidité des tableaux de taille fixe (*built-in array*), la librairie (générique) standard<sup>1</sup> de C++ fournit un type de donnée<sup>2</sup> dénommée *vector* (*vecteur*), offrant au programmeur un moyen très efficace pour construire des structures de données permettant de représenter des **tableaux de tailles variables** (i.e. *tableaux dynamiques*)<sup>3</sup>.

La taille de ces «tableaux» n'est pas obligatoirement prédéfinie, et peut donc varier en cours d'utilisation.

Pour pouvoir utiliser ces *vecteurs* dans un programme, il faut, comme dans le cas des entrées-sorties, importer les prototypes et définitions contenus dans la librairie, au moyen de la directive d'inclusion:

```
#include <vector>
```

1. Le nom officiel de cette librairie est *STL* (*Standard Template Library*)
2. En fait de type, il s'agit en réalité d'un *chablon* de classe (*template classe*), c'est-à-dire une définition **générique** (valide et réutilisable pour n'importe quel type, de base ou complexe).
3. Pour être exact, les *vectors* sont plus que de simples tableaux dynamiques; ils s'inscrivent dans une famille plus générale d'éléments, utilisés comme briques de bases pour les structures de données complexes, éléments que l'on appelle *conteneurs* (*containers*) ou *collections*, et pour lesquels un ensemble de caractéristiques et contraintes très précises sont définies, comme par exemples les performances minimales des algorithmes d'accès et de recherche.



## Vecteur: déclaration (1)

Un *vecteur* peut être déclaré selon la syntaxe suivante:

```
vector<<type>> «identificateur»;
```

Avec *type* n'importe quel type, élémentaire ou non,  
et correspondant au type de base du tableau.

### Exemple:

```
#include <vector>  
...  
vector<int> age;
```

Il s'agit d'une déclaration de variable («age») tout à fait traditionnelle, dans laquelle la séquence «`vector<int>`» correspond à l'indication du type de la variable, en l'occurrence un tableau dynamique (*vecteur*) d'entiers.

On voit dans ce cas clairement ressortir la nature composite du type.

## Vecteur: déclaration (2)



Le fait que l'on s'intéresse ici à des *collections* d'un nombre potentiellement variable d'éléments explique que la déclaration puisse ne comporter aucune indication sur la taille initiale du tableau. Une variable ainsi déclarée correspond alors tout simplement à un tableau vide.

Cependant, une taille initiale peut, si nécessaire, être indiquée; la syntaxe de la déclaration est alors:

```
vector<<type>> «identificateur» («taille»);
```

Un tableau nommé *identificateur* comportant *taille* éléments de type *type* sera créé, chacun des éléments ayant comme valeur la valeur par défaut de *type* généralement une valeur dérivée de l'expression (0).

### Exemple:

```
vector<int> age(5);
```

Correspond à la déclaration d'un tableau d'entiers, initialement composé de 5 éléments valant 0.

	age
age[0]	0
age[1]	0
age[2]	0
age[3]	0
age[4]	0



## Vecteur: déclaration avec initialisation

La déclaration d'un *vecteur* peut être associée à une **initialisation explicite** des éléments initiaux; cependant, cette initialisation ne pourra consister qu'en (a) une duplication d'un même élément, ou (b) en une duplication d'un *vecteur* pré-existant:<sup>4</sup>

- (a) `vector<«type»> «identificateur» («taille», «valeur»);`  
où *valeur* est une expression de type *type*, dont le résultat sera pris comme valeur initiale des *taille* éléments du tableau *identificateur*.

**Exemple:**

```
vector<int> vect1(5, 8);
```

déclare le *vecteur* d'entiers *vect1* avec un contenu initial de 5 entiers valant «8»

- (b) `vector<«type»> «identificateur» («id-vecteur»);`  
où *id-vecteur* est un identificateur de *vecteur* de type de base *type*.

**Exemple:**

```
vector<int> vect2(vect1);
```

déclare le *vecteur* d'entiers *vect2*, avec un contenu initial identique au contenu de *vect1* (duplication).

4. Contrairement au cas des tableaux de taille fixe, il n'existe pas de moyen simple pour exprimer la valeur littérale d'un *vecteur* dont les éléments n'ont pas tous la même valeur.



## Vecteur: constante

Comme pour tous les autres types, il est possible de déclarer des **constantes** de type *vecteur*

La syntaxe est identique à celle des autres déclarations de constantes:

```
const vector<«type»> «identificateur» («initialisation»);
```

*identificateur* correspond alors à un *vecteur* dont tant le nombre d'éléments que la valeur de chacun de ces éléments sont fixes (et ne peuvent donc être modifiés).

### Exemple:

```
const vector<int> age;
```

Correspond à la déclaration d'un *vecteur* constant vide (ne contenant aucun élément) et auquel aucun élément ne pourra être ajouté<sup>5</sup>

```
const vector<int> vect2(vect1);
```

Correspond à la déclaration d'une copie figée (*snapshot*) du vecteur *vect1*.



Il n'est pas possible de déclarer des vecteurs de constantes.

Ainsi, la syntaxe `vector<const «type»> «identificateur»` bien que licite en soit, n'est en pratique pas utilisable.

5. Cette déclaration est bien sûr totalement inutile.



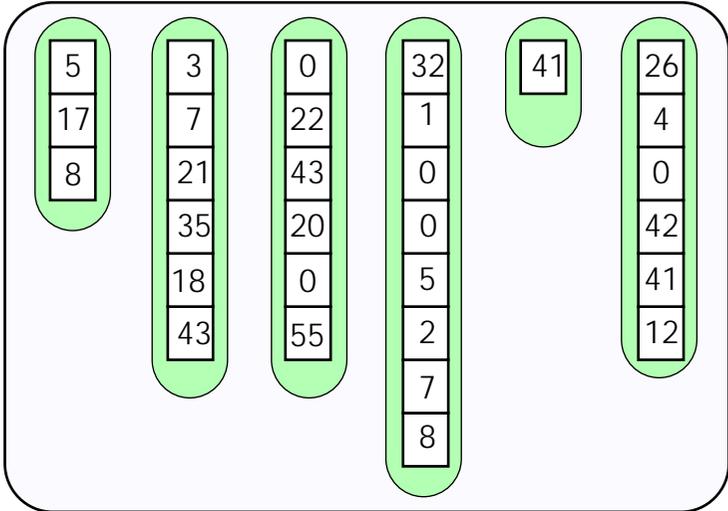
# Vecteur: vecteur de vecteur

Le type de base d'un *vecteur* est peut être un type quelconque, y compris composé. En particulier, le type de base d'un *vecteur* peut être lui-même un *vecteur*.

```
vector<vector<int> > matrice;
```

Attention, dans le cas d'une déclaration directe d'une telle structure, il est obligatoire de séparer les «>», présents en fin de définition du type, par un espace<sup>6</sup>.

D'un point de vue sémantique, les *vecteurs de vecteurs* ne correspondent pas (nécessairement) à des matrices, mais simplement à des ensembles d'ensembles d'éléments.



vector<vector<int> >

6. Cette contrainte est en fait une convention adoptée pour distinguer ce typage de l'opérateur «>>»



# Vecteur: affectation

Toute **variable**<sup>7</sup> de type *vector* peut être modifiée (globalement) par affectation<sup>8</sup>:

`«identificateur» = «valeur»;`

où *valeur* est une expression de même type qu'*identificateur*,  
notamment en ce qui concerne le type de base.

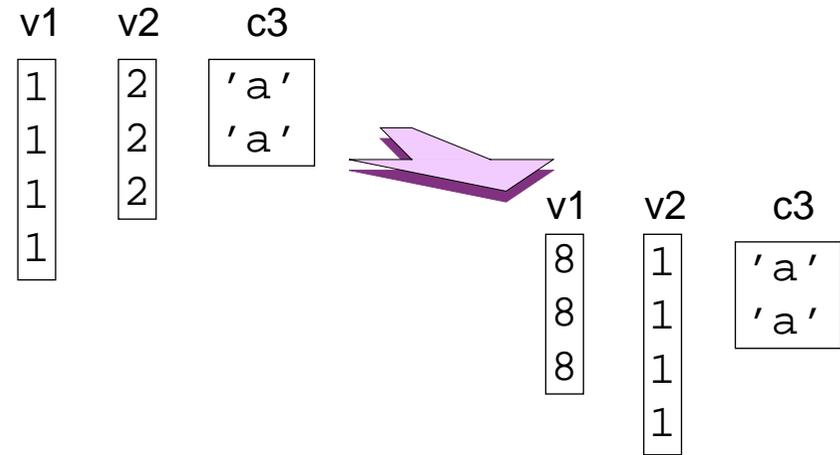
Dans ce cas, la modification va porter sur l'ensemble des éléments de la structure:

## Exemple:

```

// 1) Déclarations-initialisations
vector<int> v1(4,1);
vector<int> v2(3,2);
vector<char> c3(2,'a');
// 2) Affectations .....
v2 = v1;
v1 = vector<int>(3,8);
c3 = vector<int>(4,7); // ILLEGAL

```



7. Sauf [naturellement] les constantes.

8. Parmi les opérateurs définis pour les *vecteurs*, on trouve en effet celui d'*affectation*, i.e. « = ».



## Vecteur: accès aux éléments

Chaque élément d'un vecteur est **accessible individuellement**.

Différents moyens permettent d'accéder aux éléments,  
et notamment l'indexation comme dans le cas des tableaux de taille fixe:

L'*indice*<sup>9</sup>, placé entre crochets « [ ] », indique le rang de l'élément dans le tableau.



Les éléments d'un vecteur de taille  $n$  sont numérotés de 0 à  $n-1$ .  
Dans le cas d'accès via l'opérateur « [ ] »,  
**Il n'y a pas de contrôle de débordement du tableau !**

9. Indice qui peut être une expression numérique.



# Vecteur: opérateurs relationnels

Les **opérateurs relationnels** suivant sont définis pour les vecteurs:

<i>Opérateur</i>	<i>Opération</i>	
<	strictement inférieur	comparaison lexicographique des éléments.
<=	inférieur ou égal	
>	strictement supérieur	
>=	supérieur ou égal	
==	égalité	
!=	différence (non-égalité)	



## Vecteur: méthodes (1)

Un certain nombre d'opérations, directement liées à l'aspect «ensembliste» des vecteurs, sont définies dans la librairie *STL*.

L'utilisation de ces opérations particulières, appelées *méthodes*<sup>10</sup>, se fait par le biais de la syntaxe suivante:

```
«id-vector».«id-methode» («arguments»);
```

### Exemple:

```
individus.push_back(jean);
```

à comme effet d'appliquer la méthode `push_back`, au vecteur `individus`, en prenant `jean` comme paramètre [de la méthode].

Comme les fonction, les méthodes peuvent éventuellement retourner une valeur.

<sup>10</sup>. Les méthodes sont des éléments informatiques (séquences d'instructions) issus de l'extension «objet» de C++. Pour le moment, il vous suffit de les considérer comme des fonctions ayant une syntaxe d'appel un peu particulière.



Parmi les méthodes disponibles, on trouve<sup>11</sup>:

## Prédicats:

- `int size()`: renvoie la taille du *vecteur* (i.e. son nombre d'éléments).

Une manière usuelle pour parcourir les éléments d'un *vecteur* est donc l'itération `for` suivante:

```

for (int i(0); i<vect.size(); ++i)12
{
    // traitements
}

```

- `bool empty()`: indique si le vecteur est vide (ou non).

On a l'équivalence suivante: «`vect.empty()`»  $\Leftrightarrow$  «`(vect.size() == 0)`»

11. Par convention:

- «`vect`» désignera la variable *vecteur* pour laquelle la méthode est invoquée;
- «`base-type`» désignera le type de base d'un *vecteur*

12. Dans le cas où le sens de parcours est sans importance, on pourra avantageusement remplacer cette séquence par cette autre, plus efficace:

```
for (int i(vect.size()-1); i >= 0; --i) { ... }
```



## Vecteur: méthodes de mise à jour

### Modificateurs:

- `void clear()`: vide le vecteur, en supprimant tous ses éléments.  
Après l'invocation de cette méthode, le prédicat «empty» est forcément vrai.
- `void pop_back()`: supprime le dernier élément du vecteur.
- `void push_back(const base-type element)`: ajoute element à la fin du vecteur; element devient donc le nouveau dernier élément du vecteur.

**Exemple:** La boucle suivante initialise un vecteur d'entiers positifs, de taille 8, en demandant à l'utilisateur de saisir les valeurs initiales.  
Lors de la saisie, l'utilisateur a la possibilité d'effacer la valeur précédemment saisie, en indiquant un chiffre négatif, ou d'effacer tout le vecteur, en entrant 0.

---

```
while (vect.size() < 8) {  
    int val;  
    cout << "Entrez coefficient " << vect.size() << ':' << flush;  
    cin >> val;  
    if (val < 0) {vect.pop_back(); continue;}  
    if (val == 0) {vect.clear(); continue;}  
    vect.push_back(val);  
}
```

---



## Vecteur: méthodes d'accès

### Accès:

- **base-type** `front()`: renvoie une référence vers le premier élément du vecteur  
Les séquences «`vect.front()`» et «`vect[0]`» sont donc équivalentes.

**Précondition:** le vecteur n'est pas vide (le prédicat «`empty()`» est faux).

**Exemple:** L'itération suivante a comme effet de diviser tous les éléments d'un vecteur (à l'exception du premier), par le premier élément du vecteur.

---

```
for (int i(1); i<vect.size(); ++i)
{vect[i] /= vect.front();}
```

---

- **base-type** `back()`: renvoie une référence vers le dernier élément du vecteur  
Les séquences «`vect.back()`» et «`vect[vect.size()-1]`» sont équivalentes.

**Précondition:** le vecteur n'est pas vide (le prédicat «`empty()`» est faux).

**Exemple:** remplir un vecteur d'entiers, en demandant chaque valeur à l'utilisateur;  
le vecteur est considéré comme plein lorsque l'utilisateur entre la valeur 0.

---

```
do { vect.push_back(saisirEntier)
} while (vect.back());
```

---



## Commande typedef

L'utilisation de variables dans un programme implique généralement que l'on spécifie plusieurs fois le type de ces variables (lors de la déclaration des variables, lors du prototypage des fonctions qui en font usage, lors de conversions, etc...)

Lorsque le type est complexe, sa définition peut être ardue, et est généralement longue, ce qui ne facilite pas la lecture du programme. En outre, les modifications éventuelles à apporter à la définition du type doivent être opérées sur chacune de ses occurrences. Comme dans le cas des «blocs d'instructions réutilisables» (i.e. les fonctions), et pour les mêmes raisons, la duplication de la définition d'un type est à éviter.

La commande `typedef` permet pour cela de définir des *synonyme (alias)* de types, qu'ils soient fondamentaux ou composés:

```
typedef <type> <alias>;
```

Cette instruction permettra de désigner le type `type` indifféremment par `type`, ou au moyen de l'identificateur `alias` (`typedef` n'introduit pas de nouveau type, mais un nouveau nom pour le type)

## Commande typedef: exemple



```
typedef int longueur;
longueur diametre, rayon;
int nbCercles;
...
void traceCercles(longueur d,
                  longueur r, int nombre)
{ ... }
```

```
// pas de typedef //
int diametre, rayon;
int nbCercles;
...
void traceCercles(int d,
                  int r, int nombre)
{ ... }
```

Dans ces deux exemples, `diametre`, `rayon` et `nbCercles` sont tous de même type (`int`). Mais, si l'on utilise `longueur` pour exprimer toutes les longueurs (programme de gauche), et que pour une raison quelconque on est amené à changer la représentations des longueurs (p.ex. par des réels), il suffira d'opérer ce changement dans la définition de l'alias `longueur`, plutôt qu'à chaque occurrence de `int` représentant une longueur.

```
typedef float longueur;
longueur diametre, rayon;
int nbCercles;
...
void traceCercles(longueur d,
                  longueur r, int nombre)
{ ... }
```

```
// pas de typedef //
float diametre, rayon;
int nbCercles;
...
void traceCercles(float d,
                  float r, int nombre)
{ ... }
```



## typedef et types composés

Comme dans pratiquement tous les cas de types composés, la commande «**typedef**» permet de simplifier les déclarations (plus de lisibilité).

Par exemple dans la cas des tableaux (*built-in* ou *vecteurs*), en fournissant un alias pour le couple (*indication de tableau*, type de base):

```
typedef «type-base» «alias»[«taille»]
typedef vector<«type-base»> «alias»
```

Dans le cas des tableaux multidimensionnels, on peut se servir avantageusement de cette commande pour rendre plus explicite les déclarations et les usages ultérieurs:

---

```
typedef int Vecteur2[2];           // définit le type Vecteur2 comme un tableau de 2 entiers
typedef vector<int> GrilleLoto;    // et GrilleLoto comme un ensemble d'entiers
typedef Vecteur2 Matrice3x2[3];    // définit le type Matrice3x2 comme un tableau de 3 Vecteur2
typedef vector<GrilleLoto> BulletinLoto; // et BulletinLoto un ensemble de GrilleLoto
Matrice3x2 A = {{1,2},{3,4},{5,6}}
BulletinLoto fortune;
```

---



## Création du schéma relationnel (1)

La démarche générale est:

1. **Traduction du schéma *entité-association* en un schéma *relationnel***, en utilisant un algorithme de traduction, et les règles de modélisation précédentes.
2. ***Amélioration* éventuelle du schéma relationnel** ainsi obtenu, par une décomposition en relations en *troisième forme normale* (sans perte d'information ou de dépendances fonctionnelles).



## Création du schéma relationnel (2)

L'algorithme de traduction est le suivant<sup>1</sup>:

### (a) Pour chaque TE, créer une relation:

- dont le **nom** est le nom du TE
- dont les **attributs** sont les attributs monovalués du TE avec, comme nom, la concaténation du nom du TE et du nom de l'attribut du TE (par exemple, l'attribut matricule du TE Etudiant sera nommé Etudiant.matricule)
- dont l'**identifiant** est constitué des attributs identifiants du TE (si tous les identifiants sont multivalués, alors il faut créer un attribut identifiant spécifique supplémentaire pour la relation).

#### Remarque:

la relation de nom R décrite par les attributs R.X1, ..., R.Xn pourra être notée plus simplement R(X1, ..., Xn).

---

1. Pour simplifier, on ne considère ici que des attributs simples. les éventuels attributs complexes sont à modéliser en respectant les règles énoncées précédemment.



### (b) Pour chaque TA, créer une relation:

- dont le **nom** est le nom du TA
- dont les **attributs** sont:
  - les attributs monovalués du TA avec, comme nom, la concaténation du nom du TA et du nom de l'attribut (par exemple, l'attribut salle de la relation Suivre sera nommé Suivre.salle)
  - les attributs identifiants des TE liés au TA avec, comme nom, la concaténation du nom du TE, du rôle du TE et du nom de l'attribut
- dont l'**identifiant** est constitué des attributs identifiants du TA.
- dont les **identifiants externes** sont les identifiants de TE liés (qui référencent les relations décrivant ces TE).



## Création du schéma relationnel (4)

### (c) Pour chaque attribut multivalué d'un objet $O$ (TE ou TA), créer une relation

- dont le **nom** est le nom de l'objet  $O$  concaténé à celui de l'attribut
- dont les **attributs** sont l'attribut lui-même et les attributs identifiants de l'objet  $O$
- dont l'**identifiant** est constitués de l'attribut et des attributs identifiants de l'objet  $O$
- dont les **identifiants externes** sont les identifiants de de l'objet  $O$  (qui référencent la relations décrivant cet objet).

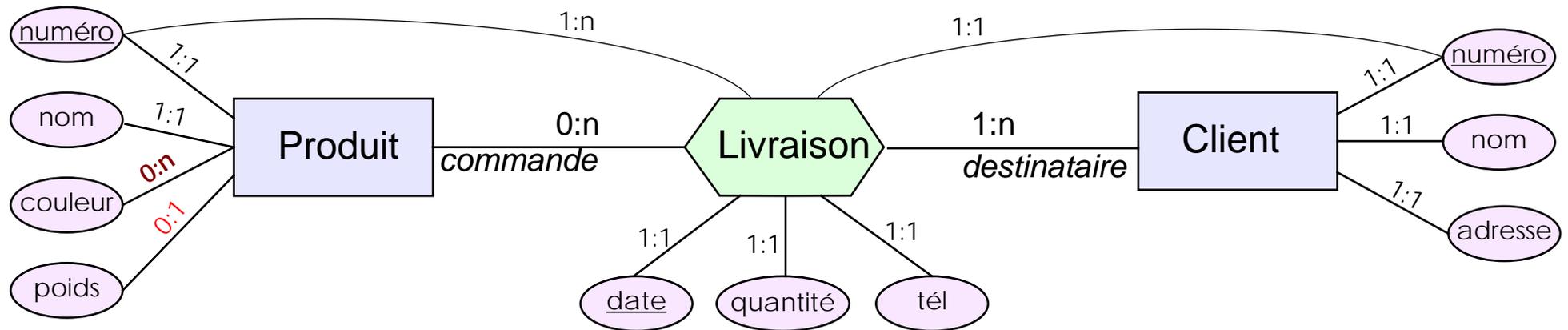


Les domaines de valeurs des attributs des relations sont les domaines de valeurs des attributs de TE ou de TA correspondants (plus, sauf pour les attributs des relation correspondant à des attributs multivalués, une *valeur nulle* «\*» si l'attribut d'origine est **facultatif**)



# Création du schéma relationnel (5)

Soit le schéma relationnel suivant:



En appliquant l'algorithme de traduction précédent, on obtient:<sup>2</sup>

- (a) `Produit(numéro, nom, poids(*))`
- (c) `Produit.Couleur(couleur, Produit.numéro)`
- (a) `Client(numéro, nom, adresse)`
- (b) `Livraison(date, quantité, tél,  
Produit.commande.numéro,  
Client.destinataire.numéro)`



« (\*) » indique que l'attribut peut avoir une valeur nulle.

2. Afin de ne pas trop alourdir les définitions, les préfixes des noms d'attributs concaténés ne sont indiqués que si le préfixe diffère du nom de la relation.

## Amélioration des schémas relationnels (1)



Considérons le schéma relationnel suivant, décrivant les produits, les clients et les livraisons d'une entreprise :

---

```
Produit1(numéro, nom, couleur)
Client(numéro, nom, adresse)
Livraison(date, quantité, Client.destinataire.tél,
          Produit.commande.numéro,
          Client.destinataire.numéro)
Produit2(numéro, poids)
```

---

---

Ce schéma pose plusieurs problèmes:

- s'il n'y a plus de livraisons pour un client, son numéro de téléphone est perdu;
- il faut ressaisir le numéro de téléphone du client à chaque livraison et, de plus, vérifier s'il est cohérent avec l'information déjà saisie pour les autres livraisons;
- l'information concernant les produits et les clients est éparpillée dans plusieurs relations.

Le schéma n'est donc pas optimal et doit donc être **amélioré**.

## Amélioration des schémas relationnels (2)



Une possibilité est:

---

```
Produit(numéro, nom, couleur, poids)
Client(numéro, nom, adresse, tel)
Livraison2(date, quantité,
           Produit.commande.numéro,
           Client.destinataire.numéro)
```

---

---

Ce schéma ne pose plus les problèmes mentionnés.  
Il est donc meilleur que le précédent.

D'une façon générale,  
les relations qui ne posent pas de problèmes  
lors de l'insertion/modification/suppression des tuples  
sont appelées des *relations normalisées* et le processus général  
d'amélioration d'une relation ou de tout schéma relationnel  
est appelé *normalisation*.



## Normalisation de schémas relationnels

La normalisation des relations peut être faite  
en **découpant les relations posant problème** (i.e. *non normalisées*)  
en **plusieurs relations mieux formées** (i.e. *normalisées*)  
et décrivant la même information.

La normalisation d'un schéma correspondra alors  
à une décomposition des relations non normalisées en relations normalisées,  
suivie d'une recombinaison des relations normalisées ainsi obtenues,  
permettant un meilleur regroupement des informations reliées.

Bien sûr, toutes ces transformations devront se faire **sans perte d'information**.

Il existe plusieurs méthodes pour normaliser des schémas relationnels<sup>3</sup>  
et pour décrire un exemple de telle méthode, nous allons avoir besoin des  
concepts de *dépendance fonctionnelle* et de *graphe fonctionnel*.

---

3. Notez cependant qu'aucune de ces méthodes, si elle est appliquée de façon purement automatique, n'est totalement satisfaisante, car on ne peut garantir que les relations normalisées produites seront sémantiquement significatives.



# Dépendance fonctionnelle (1)

Etant donnée une relation  $R$  et  $X$  et  $Y$  deux attributs (ou ensembles d'attributs) de  $R$ , on dit qu'il existe une *dépendance fonctionnelle* (ou DF) de  $X$  vers  $Y$  si la propriété suivante est vérifiée :

Si deux tuples quelconques de  $R$  ont les mêmes valeurs pour  $X$ , alors ils ont aussi nécessairement les mêmes valeurs pour  $Y$

La dépendance fonctionnelle de  $X$  vers  $Y$  est notée:  $X \rightarrow Y$ .  
 $X$  (respectivement  $Y$ ) est appelé la *source* (resp. la *cible*) de la DF.

## Exemple

Soit une description de produit manufacturé en terme de:  
 (1) type d'alimentation, (2) voltage, (3) norme de sécurité et (4) couleur.

alim	volts	norme	couleur
non élec.	0	CE-010	bleu
pile	9	CE-125	bleu
non élec.	0	CE-010	rouge
secteur	230	CE-130	rouge
batterie	9	CE-125	bleu

Dépendances fonctionnelles  
*sémantiques*

$alim \rightarrow volts$

$alim \rightarrow norme$

$alim \rightarrow volts, norme$

Dépendances fonctionnelles  
*issues des données*

$volts, norme \rightarrow alim$



## Dépendance fonctionnelle (2)

Si  $Y$  est réduit à un attribut unique et  $X$  est un ensemble minimal d'attributs pour  $\mathbf{R}$  (i.e.  $X = x_1, \dots, x_k$  et il n'existe pas de sous-ensemble strict  $X'$  des  $x_i$  tel que  $X' \rightarrow Y$ ), la dépendance fonctionnelle est dite **élémentaire**.

- 
- (1) NoProduit  $\rightarrow$  CouleurProduit
  - (2) NoProduit  $\rightarrow$  CouleurProduit, PoidsProduit
  - (3) NoProduit, CouleurProduit  $\rightarrow$  PoidsProduit
- 
- 

Dans l'exemple ci-contre, (1) est **élémentaire**, tandis que (2) et (3) ne le sont pas.



## Dépendance fonctionnelle déduite

Si, dans une relation  $\mathbf{R}$ , on a les DF  $X \rightarrow Y$  et  $Y \rightarrow Z$ , alors on a aussi la DF  $X \rightarrow Z$  qui est dite DF *déduite* (des deux autres).

Une méthode pour déterminer si une DF  $X \rightarrow Y$  d'une relation  $\mathbf{R}$  est déduite est de vérifier si, après avoir supprimé la DF  $X \rightarrow Y$  de l'ensemble des DF de  $\mathbf{R}$ ,  $Y$  peut encore être déduite de  $X$ .

## Graphe minimal des dépendances fonctionnelles

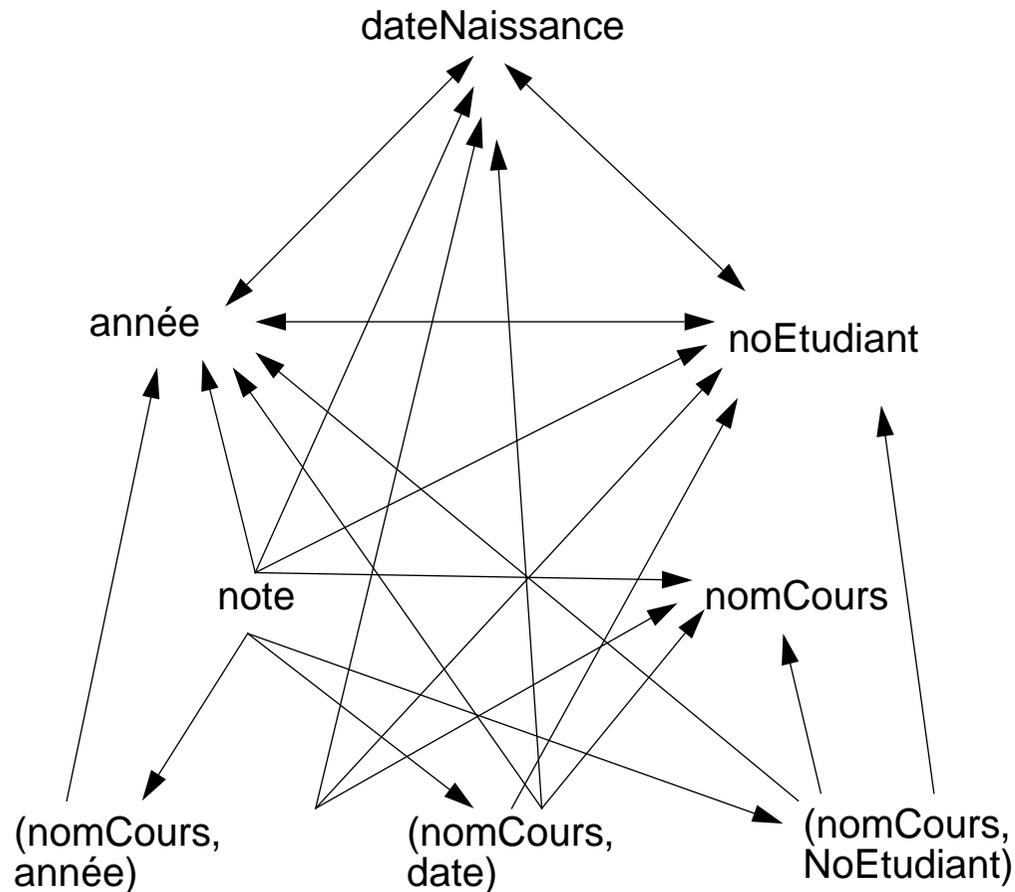
On appelle *graphe minimal* (des dépendances fonctionnelles) d'une relation  $\mathbf{R}$  tout ensemble de DF élémentaires

- non déduites,
- dont toute DF élémentaire de  $\mathbf{R}$  peut être déduite.



# Exemple de graphe minimal des DF

## Graphe complet



dateNaissance	noEtudiant	nomCours	note	année
3/5/59	22	algo	12	1988
3/5/59	22	C	13	1988
2/2/75	41	algo	10	1997

## Graphe minimal

